

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Администрация Сокольского муниципального округа

Управление образования Администрации Сокольского муниципального уровня

БОУ СМО "СОШ № 5"

УТВЕРЖДЕНО

Директор школы

Приказ № 181

от «30» августа 2023 г.

Э.В.Киселев

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по математике

10-11 класс

профильный уровень

Срок реализации – 2 года

Составитель:

Калинина О.Э.,
учитель математики и
информатики,
высшая категория

г. Сокол

2023 год

Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия»

Личностные результаты:

- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для моделирования практических ситуаций и исследования построенных моделей с использованием аппарата геометрии
- формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений, осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учётом устойчивых познавательных интересов
- формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики
- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, старшими и младшими в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видах деятельности
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры
- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта
- креативность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении геометрических задач
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Метапредметные результаты

овладение обучающимися основами читательской компетенции:

- овладеют чтением как средством осуществления своих дальнейших планов: продолжения образования и самообразования, осознанного планирования своего актуального и перспективного круга чтения, в том числе досугового, подготовки к трудовой и социальной деятельности;
- формирование потребности в систематическом чтении как средстве познания мира и себя в этом мире, гармонизации отношений человека и общества, создании образа «потребного будущего».

приобретение навыков работы с информацией:

- систематизировать, сопоставлять, анализировать, обобщать и интерпретировать информацию, содержащуюся в готовых информационных объектах;
- выделять главную и избыточную информацию, выполнять смысловое свертывание выделенных фактов, мыслей; представлять информацию в сжатой словесной форме (в виде плана или тезисов) и в наглядно-символической форме (в виде таблиц, графических схем и диаграмм, карт понятий — концептуальных диаграмм, опорных конспектов);
- заполнять и дополнять таблицы, схемы, диаграммы, тексты.

участие в проектной деятельности

1. умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;
2. умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;
3. умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
4. умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
5. развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;
6. первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов;
7. умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
8. умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических задач, и представлять её в понятной форме, принимать решение в условиях неполной или избыточной, точной или вероятностной информации;
9. умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
 - а) умение выдвигать гипотезы при решении задачи, понимать необходимость их проверки;
 - б) понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом.

Регулятивные универсальные учебные действия:

Обучающийся научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);

- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты

ГЕОМЕТРИЯ

Обучающийся на углубленном уровне научится:

Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;
- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;
- иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;
- уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов;
- иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;
- применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;
- уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;
- уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;
- владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач;
- владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;

- владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;
 - владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач;
 - владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач;
 - владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач;
 - владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;
 - иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;
 - владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;
 - владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач;
 - владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач;
 - иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;
 - владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;
 - иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;
 - иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;
 - уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;
 - иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.
- Владеть понятиями векторы и их координаты; уметь выполнять операции над векторами;
- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
 - применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
 - применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач

Обучающийся на углубленном уровне получит возможность научиться:

Иметь представление об аксиоматическом методе;

- владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;
- уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла;
- владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;
- иметь представление о двойственности правильных многогранников;

- владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;
- иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;
- иметь представление о конических сечениях;
- иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;
- применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;
- владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;
- применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;
- иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;
- применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;
- применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;
- иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о площади ортогональной проекции;
- иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;
- иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;
- уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;
- уметь применять формулы объемов при решении задач
- находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;
- задавать прямую в пространстве;
- находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Элементы теории множеств и математической логики

I. Обучающийся на углубленном уровне научится:

- свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;

- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов

II. Обучающийся на углубленном уровне получит возможность научиться:

Достижение результатов раздела II; оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;

- понимать суть косвенного доказательства;
- оперировать понятиями счетного и несчетного множества;
- применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов

ЧИСЛА И ВЫРАЖЕНИЯ

I. Обучающийся на углубленном уровне научится:

Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;

- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов

II. Обучающийся на углубленном уровне получит возможность научиться:

Достижение результатов раздела II;

- свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;
- понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;
- владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач
- иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;
- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинома Ньютона;
- применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;
- применять при решении задач Китайскую теорему об остатках;
- применять при решении задач Малую теорему Ферма;
- уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления;
- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби;
- применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями приводимый и неприводимый применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры;
- применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

I. Обучающийся на углубленном уровне научится:

Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого

уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;

– решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;

– овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;

– применять теорему Безу к решению уравнений;

– применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;

– понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;

– владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;

– использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;

– решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;

– владеть разными методами доказательства неравенств;

– решать уравнения в целых числах;

– изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;

– свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

– составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов;

– выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов;

– составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов;

– составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;

– использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств

II. Обучающийся на углубленном уровне получит возможность научиться:

Достижение результатов раздела II;

– свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;

– свободно решать системы линейных уравнений;

- решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли;
- иметь представление о неравенствах между средними степенными

ФУНКЦИИ

I. Обучающийся на углубленном уровне научится:

Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;

- владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;

- владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;

- владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;

- владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;

- применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;

- применять при решении задач преобразования графиков функций;

- владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;

- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.);

- интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;.

- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)

II. Обучающийся на углубленном уровне получит возможность научиться:

- Достижение результатов раздела II;

- владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;

- применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков

СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, ЛОГИКА И КОМБИНАТОРИКА

I. Обучающийся на углубленном уровне научится:

Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральной совокупности и выборкой из нее;

- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач; иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных

II. Обучающийся на углубленном уровне получит возможность научиться:

Достижение результатов раздела II;

- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;
- владеть понятием связности и уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;

- иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;
- владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

I. Обучающийся на углубленном уровне научится:

Решать разные задачи повышенной трудности;

- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов

II. Обучающийся на углубленном уровне получит возможность научиться:

Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;

- выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов

Содержание учебного предмета

«Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия»

Геометрия

10 класс (204 часов)

Содержание

Алгебра и начала анализа

**Введение. Множества, логика, индукция, начала комбинаторики.
Вещественные числа. (39 часов)**

Понятия высказывания и предиката, операции над ними. Множества: способы задания, операции над множествами. Метод математической индукции и его применение. Начала комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания. Бином Ньютона. Понятие о множестве вещественных чисел. Общие свойства уравнений и неравенств. Уравнения с модулем. Метод интервалов.

Целые числа. (10 часов)

Деление с остатком целых чисел. Сравнения. Перебор остатков. Делимость. Простые числа. Основная теорема арифметики. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида.

Многочлены. (10 часов)

Многочлены. Корни многочлена. Теорема Безу, теорема Виета. Методы разложения на множители. Метод неопределенных коэффициентов. Симметрические многочлены. Многочлены от нескольких переменных. Целые уравнения. Методы решения целых уравнений.

Функции. (14 часов)

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: четность и нечетность, периодичность. Промежутки возрастания и убывания. Наибольшее и наименьшее значения функции, точки экстремума. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Степень, корень, логарифм. (18 часов)

Определение и свойства степени с рациональным показателем. Представление о степени с вещественным показателем. Степенная и показательная функции. Логарифм числа. Логарифмическая функция.

Тригонометрия. (27 часов)

Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса углов. Основные тригонометрические формулы. Тригонометрические тождества. Тригонометрические функции, их свойства и графики. Тригонометрические уравнения и неравенства, системы уравнений и неравенств.

Предел последовательности. (8 часов)

Определение последовательности. Свойства последовательностей (монотонность и ограниченность) Понятие предела последовательности. Существование пределов монотонных и ограниченных последовательностей. 1 и 2 замечательные пределы.

Повторение. (10 часов)

Обязательный минимум содержания образовательной области математика
Основные тригонометрические формулы. Тригонометрические функции
Основные свойства функций. Решение тригонометрических уравнений.
Простейшие тригонометрические неравенства.

Геометрия

Введение в стереометрию (6 ч)

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, пирамида, призма, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

Прямые в пространстве (9 ч)

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Признак параллельности прямых. Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов с сонаправленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми.

Прямая и плоскость в пространстве (14 ч)

Параллельные прямая и плоскость

Определение и признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой.

Перпендикулярная прямая и плоскость

Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости.

Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная).

Угол между прямой и плоскостью

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения.

Параллельное проектирование. Простое отношение трех коллинеарных точек. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.

Плоскости в пространстве (17 ч)

Параллельные плоскости

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей.

Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве.

Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

Угол между двумя плоскостями

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями.

Перпендикулярные плоскости

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей.

Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

Векторный метод в пространстве (9 ч)

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору. Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число) и их свойства.

Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некопланарных вектора. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве.

Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Признак перпендикулярности двух векторов. Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.

Координатный метод в пространстве (13ч)

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах.

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Проекция вектора на ось в координатах.

Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках.

Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах.

Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.

Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

11 класс (204 часов)

Алгебра и начала анализа

Повторение (5 часов)

Основная цель - повторить и обобщить изученные вопросы алгебры и начал математического анализа за курс 10 класса: основные тригонометрические формулы, тригонометрические функции, основные свойства функций, решение тригонометрических уравнений и простейших тригонометрических неравенств, логарифмические уравнения и неравенства, показательные уравнения и неравенства.

Элементы теории вероятности (13 часов)

Классическое определение вероятности. Геометрическая и условная вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Дискретные и случайные величины и их характеристики.

Предел функции и непрерывность (8 часов)

Определение предела. Предел последовательности. Предел функции в точке, на бесконечности. «Замечательные пределы». Определение непрерывности.

Производная и ее применение (23 часа)

Понятие производной, ее геометрический и физический смысл. Таблица производных. Правила дифференцирования. Уравнение касательной. Исследование функций с помощью производной и построение графиков. Задачи на оптимизацию.

Определенный интеграл (14 часов)

Определение первообразной. Определенный и неопределенный интегралы. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Площади и длины кривых.

Уравнения и неравенства (50 часов)

Общие методы решения уравнений и неравенств. Иррациональные уравнения и неравенства.

Показательные уравнения и неравенства. Логарифмические уравнения и неравенства.

Тригонометрические уравнения и неравенства. Методы решения задач с параметром.

Итоговое повторение (23 часа)

Геометрия

Преобразования пространства (9 ч)

Отображения пространства. Центральная симметрия пространства: определение, запись в координатах. Обратное преобразование. Композиция преобразований.

Движения пространства: определение движения; композиция движений. Движения первого и второго рода в пространстве. Свойства центральной симметрии. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости центральной симметрии. Централно-симметричные фигуры.

Симметрия относительно плоскости («зеркальная симметрия»): определение, запись в координатах. Свойства симметрии относительно плоскости. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости зеркальной симметрии. Фигуры, симметричные относительно плоскости.

Параллельный перенос: определение, запись в координатах. Свойства параллельного переноса. Неподвижные точки, неподвижные прямые, неподвижные плоскости параллельного переноса.

Взаимосвязь различных видов движения пространства. Композиции двух зеркальных симметрий относительно параллельных и пересекающихся плоскостей. Семь различных видов движений.

Гомотетия пространства. Формулы гомотетии пространства в координатах и её свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения.

Многогранники (32 ч)

Определение многогранника и его элементов.

Определение многогранника и его элементов: вершин, рёбер, граней. Эйлера характеристика многогранника. Понятие о развёртке многогранника. Свойства выпуклых многогранников. О понятии объёма тела. Свойства объёмов тел. Объём прямоугольного параллелепипеда.

Призма и параллелепипед.

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, рёбер, граней, диагоналей у n -угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхность призмы; формулы вычисления их площадей.

Формулы вычисления объёмов прямой и наклонной призм.

Определение параллелепипеда. Наклонный, прямой, прямоугольный параллелепипед. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Куб. Объём параллелепипеда. Построение плоских сечений призмы и параллелепипеда различными методами.

Трёхгранные и многогранные углы.

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, рёбра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Трёхгранный угол. Теорема о плоских углах трёхгранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трёхгранного угла.

Пирамида.

Определение пирамиды и её элементов. Количество вершин, рёбер и граней n -угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все

боковые рёбра которой равны между собой; пирамида, все двугранные углы которой при рёбрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости её основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны основанию; пирамида, две несоседние грани которой перпендикулярны основанию; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с рёбрами основания, выходящими из одной вершины. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды.

Правильная пирамида и её свойства. Апофема правильной пирамиды. Формула вычисления боковой и полной поверхности пирамиды. Объём пирамиды и формула его вычисления. Формула вычисления объёма усечённой пирамиды.

Тетраэдр. Об объёме тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр.

Правильные многогранники.

Доказательство теоремы Декарта – Эйлера для выпуклых многогранников. Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхностей и объёмов правильных многогранников. Решение задач на все виды многогранников.

Фигуры вращения. (23 часа)

Цилиндр и конус.

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развёртка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объёма цилиндра.

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. Сечения конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развёртка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус.

Усечённый конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усечённого конуса. Вычисление объёма конуса и усечённого конуса.

Сфера и шар.

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы, шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Пересечение шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости.

Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около него. Шары и сферы, вписанные в двугранный и многогранный углы. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них.

Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность. Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора. Формулы для вычисления объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.

Повторение. (4 часа)

№ п/п	Тема раздела	Реализация воспитательного потенциала урока (виды и формы деятельности)*	Кол-во часов
	10 класс		
	Алгебра и начала анализа		
	Введение. Множества, логика, индукция, начала комбинаторики. Вещественные числа.	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	39
	Целые числа.	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение	10

		задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	
	Многочлены.	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	10
	Функции.	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	14
	Степень, логарифм.	корень, Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	18
	Тригонометрия.	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	27
	Предел последовательности.	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие	8

		домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	
	Повторение.	Беседа, дискуссии, круглый стол, индивидуальная работа, работа в парах, рефлексия, защита проектов	10
	Всего за год		136
Геометрия			
	Введение стереометрию	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	6
	Прямые в пространстве	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	9
	Прямая и плоскость в пространстве	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	14
	Плоскости в пространстве	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	17
	Векторный метод в пространстве	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров	9

		для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	
	Координатный метод в пространстве	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	13
	Всего за год		68
11 класс			
Алгебра и начала анализа			
	Повторение	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	5
	Элементы теории вероятности	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	13
	Предел функции и непрерывность	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	8

		ИКТ, создание групповых проектов.	
	Производная и ее применение	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	23
	Определенный интеграл	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	14
	Уравнения и неравенства	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	50
	Итоговое повторение	Беседа, дискуссии, круглый стол, индивидуальная работа, работа в парах, рефлексия, защита проектов	23
	Всего за год		136
	Геометрия		
	Преобразования пространства	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	9
	Многогранники	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа,	32

		практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	
	Фигуры вращения.	Диалог учителя с учениками, дискуссия, создание проблемной ситуации, диспут, работа в парах с применением тренажеров для устного счета, индивидуальная работа, практическая работа исследовательского характера, разнообразный контроль на уроке (контроль со стороны учителя, взаимоконтроль, самоконтроль), решение задач прикладного характера, творческие домашние работы, рефлексия, использование ИКТ, создание групповых проектов.	23
	Повторение.	Беседа, дискуссии, круглый стол, индивидуальная работа, работа в парах, рефлексия, защита проектов	4
	Всего за год		68

Контрольная работа №1
по теме «Высказывания. Множества»

1. Проверьте с помощью таблицы истинности, что для любых высказываний a, b, c выполняется равенство $((a \vee b) \rightarrow (a \vee c)) = (a \vee \neg(b \vee c))$.
2. Докажите, что для произвольных множеств A и B выполнено тождество $A \setminus B = (A \cup B) \setminus B$. Проиллюстрируйте тождество рисунком.
3. Отрицанием какого предложения является высказывание: «В каждом городе Сибири есть улица, на которой находится дом, все окна которого выходят на юг?»
4. Придумайте и докажите теорему: «Для того чтобы $A \cup B = A \setminus B$, необходимо и достаточно, чтобы...»
5. Пусть $P(x)$ обозначает « x - простое число», $E(x)$ - « x - чётное число», $Z(x)$ - « x - целое число», $D(x,y)$ - « y делится на x », $G(x,y)$ - « $x > y$ ». Расшифруйте высказывание $\exists x: \forall y (Z(x) \wedge Z(y) \rightarrow D(x,y))$ и выясните, истинно ли оно.

Контрольная работа №2
по теме «Метод математической индукции»

1. Доказать, что $2^{2n+1} + 1$ кратно 3.
2. Доказать равенство
$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

Контрольная работа №3
по теме «Комбинаторика»

1. Три медведя по одному выбегают из дома, догоняя девочку. Сколькими способами они могут выбежать?
2. Одиннадцать футболистов строятся перед началом матча. Первым становится капитан, вторым - вратарь, а остальные - случайным образом. Сколько существует способов построения?
3. В классе 27 человек. К доске вызывают двоих. Сколькими способами это можно сделать, если:
 - 1) первый решает задачу по алгебре;
 - 2) второй решает задачу по геометрии;
 - 3) оба быстро стирают с доски.
4. Найти коэффициент при x^2 после преобразований $(a + b)^5$

Контрольная работа №4
по теме «Уравнения и неравенства»

1. Решить уравнения:
 - 1) $(x - 2)^2 - 8|x - 2| + 15 = 0$;
 - 2) $|2x^2 + x - 4| = |x^2 + 2x - 2|$
 - 3) $\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 2x - 1$.

2. Решить неравенства:

1) $\frac{1}{x+1} < \frac{2}{x-3}$;

2) $|x - 1| + |2 - x| \geq 3$.

3. Построить график:

$$y = x^2 - \frac{|x|}{x}.$$

Контрольная работа №5
по теме «Аксиомы стереометрии и их следствия»

1. В треугольнике KMP $KM=4$, $KP=5$. Найдите площадь треугольника, если:
 - а) через прямую, содержащую сторону KP , и центр окружности, описанной около треугольника, можно провести, по крайней мере, две различные плоскости;
 - б) через прямую AM , перпендикулярную KP , и центр окружности, вписанной в треугольник, можно провести, по крайней мере, две различные плоскости;
 - в) существует прямая, не принадлежащая плоскости треугольника, пересекающая медиану PB и проходящая через центр окружности, вписанной в треугольник KMP .
2. $ABCD$ – правильный тетраэдр. Все ребра имеют длину 8; точка M – середина AD ; точка K – середина DB ; точка P – лежит на ребре DC ; $DP=6$. Найдите:
 - а) точку X_1 пересечения прямой MP и плоскости ABC ;
 - б) точку X_2 пересечения KP и плоскости ABC ;
 - в) длину X_1X_2 ;
 - г) точку пересечения прямой MP и плоскости AKC ;
 - д) прямую пересечения плоскостей MX_1K и X_2DC ;
 - е) в каком отношении плоскость MX_1X_2 делит отрезок DB (считая от B).

Контрольная работа №6
по теме «Взаимное расположение прямых в пространстве»

1. Дан правильный тетраэдр $ABCD$, в котором точки K, F, P, M – середины ребер соответственно AD, DC, BC и AB .
 - а) Заполните таблицу расположения прямых и углов между ними.

	Прямые	Расположение прямых	Величина угла между прямыми
1	KF и MP		
2	KF и BC		
3	KP и MF		
4	BF и MP		
5	KP и BC		
6	CM и KF		

- б) Найдите площадь сечения тетраэдра плоскостью KMF , если ребро тетраэдра a .
2. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, диагональ $B_1 D$ которого равна 8. Точка K делит ребро $B_1 C_1$ в отношении $3:5$, считая от B_1 . Через точку K проведена прямая параллельно прямой $B_1 D$. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри куба.
3. Основание пирамиды $MABCD$ – параллелограмм $ABCD$. Точка P – середина BC . Докажите, что в плоскости MDC не существует прямой, параллельной прямой AP .

Контрольная работа №7
по теме «Целые числа. Делимость»

1. Найдите значения, которые может принимать пропущенная цифра (*), чтобы число a делилось на число b :
- а) $a = 765*8$, $b = 4$;
 б) $a = 1387*$, $b = 3$;
 в) $a = 24*379$, $b = 11$.
2. Пусть остаток от деления целого числа x на 11 равен 7. Найдите остаток от деления на 11 числа $x^2 + 6x$.
3. Докажите, что число $2n^3 - 3n^2 + n$ кратно 6 при любом целом n .
4. Найдите общий вид чисел, кратных 4 и дающих при делении на 3 остаток 2.
5. Докажите, что числа $4n + 1$ и $5n + 1$ взаимно простые при любом целом n .

Контрольная работа №8
по теме «Теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикулярность прямой и плоскости».

1. Дана треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$, в которой M , K , N и P – внутренние точки ребер BB_1 , $B_1 C_1$, $A_1 C_1$ и AA_1 соответственно – выбраны так, что прямые MN и KP пересекаются. Пусть прямые MK и BC пересекаются в точке X_1 , прямые NP и AC – в точке X_2 , прямые MP и AB – в точке X_3 . Найдите длину отрезка $X_1 X_3$, если $X_1 X_2 = 10$, $X_2 X_3 = 12$.
2. Точка M выбрана вне плоскости ромба $ABCD$ так, что отрезки AM , BM и CM равны, а отрезок MD перпендикулярен плоскости ABC . Найдите углы ромба.
3. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 2.
- а) Докажите, что прямая $A_1 C_1$ перпендикулярна плоскости BDD_1 .
 б) Докажите, что плоскость $A_1 C_1 D$ перпендикулярна прямой BD_1 .
 в) Через точку K – середину $C_1 D_1$ – проведите прямую, перпендикулярную плоскости $A_1 C_1 D$.
 г) Найдите длину отрезка проведенной прямой, расположенного внутри куба.

д) В каком отношении, считая от точки K , плоскость A_1C_1D делит этот отрезок?

Контрольная работа №9
по теме «Многочлены»

1. При каких вещественных a и b многочлен $2x^4 + 3x^3 - ax^2 + bx - 3$ делится без остатка на $x + 3$, а при делении на $x - 2$ даёт остаток 5?
2. Докажите, что многочлен $(x + 1)^{2n+1} + x^{2n+1} - 2x - 1$, где $n \in \mathbb{N}$, на $x(2x + 1)(x+1)$ без остатка.
3. Найдите все рациональные корни многочлена:
а) $12x^5 - 44x^4 + 23x^3 + 4x^2 - 3x$;
б) $12x^5 + 44x^4 + 23x^3 - 4x^2 - 3x$.
4. Докажите, что многочлен $(x^2 + 2x + 2)(4x^2 + 16x + 25)$ представим в виде суммы квадратов двух многочленов.
5. Один из корней многочлена $P(x) = x^3 - 7x^2 + 14x + r$ в два раза больше другого. Найдите $P(x)$ и его корни.

Контрольная работа №10
по теме « Параллельные плоскости»

1. Отрезок AC – ортогональная проекция наклонной AB на плоскость ACD . Угол DAB равен 45° . Найдите угол между лучами AD и AC , если угол между наклонной AB и плоскостью DAC равен 30° .
2. Сторона AB параллелограмма $ABCD$ лежит в плоскости ABM , а сторона BC образует с этой плоскостью угол φ . Какой угол образует с этой плоскостью диагональ BD , если:
а) $ABCD$ – квадрат;
б) $ABCD$ – ромб, в котором $\angle B = 120^\circ$?
3. Прямые a и b параллельны. Прямая a параллельна плоскости α , прямая b параллельна плоскости β . Как могут быть расположены плоскости α и β ?
4. Прямая AB пересекает параллельные плоскости α, β, γ соответственно в точках A, B, C причем $AB = 14, BC = 4$. Прямая MK пересекает эти же плоскости α, β, γ соответственно в точках M, K, P , причем $MP = 10$.
Найдите все значения, которые может принимать длина отрезка MK .

Контрольная работа №11
по теме « Функции»

1. Постройте график функции

$$y = \frac{\sqrt{9x^2 + 6x + 1} - 1}{|x|}.$$

2. Найдите промежутки монотонности и множество значений функции

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 + 4x + 5}.$$

3. Известно, что $f(x - 1) = 2x - 3$, $f(g(x)) = x^3$. Найдите функцию g .

4. Найдите обратную функцию для функции

$$y = 2x + |x - 1|.$$

На одном чертеже постройте их графики.

5. Найдите функцию f , удовлетворяющую условию

$$f(x) + x f\left(\frac{x}{2x-1}\right) = 2 \text{ при } x \neq \frac{1}{2}.$$

6. Даны функции: $f(x) = x^3 + 7x$, $\varphi(x) = 2 - x$.

Решите неравенство $f(\varphi(f(x))) < f(\varphi(8))$.

Контрольная работа №12
по теме « Угол между плоскостями.
Перпендикулярные плоскости»

1. $ABCD$ – ромб, в котором $AB = a$, $\angle A = 60^\circ$. Прямая MA перпендикулярна плоскости ромба и $AM = 2a$. Найдите углы между плоскостями:

- а) AMB и ABC ;
- б) AMB и AMD ;
- в) MDC и ABC ;
- г) MAD и MBC ;
- д) MDC и BCM .

2. Угол между плоскостями ABC и ABD равен 60° , при этом $DA \perp AB$, $CB \perp AB$ и $AD = 2$, $AB = 4$, $CB = 3$. Найдите:

- а) CD ;
- б) угол между прямой CD и плоскостью ABC .

3. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведено сечение MNK , где точка M – середина ребра AD , точка N лежит на ребре AB так, что $AK : KA_1 = 1 : 4$. Найдите угол между плоскостями MNK и $A_1 B_1 C_1$.

Контрольная работа №13
по теме « Корень. Степень. Логарифм»

1. Найдите произведение $abcd$, если известно, что $49^{\sqrt{a}} = 3$,

$$9^b = 8, (\sqrt{2}^{\sqrt{a}}) = 7 \text{ и } 3^c = 4.$$

2. Дана функция

$$f(x) = \frac{2^{x+1} - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}.$$

а) Решите уравнение $f(x) = \frac{31}{17}$.

б) Сравните $f(\log_3 5)$ и $f(\log_3 2)$.

в) Найдите множество значений данной функции.

3. Дана функция

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) + \log_{\sqrt{3}} |5 - x|.$$

а) Решите уравнение $f(x) = 1$.

б) Найдите область определения функции

$$y = \frac{1}{\sqrt{1 - f(x)}}.$$

в) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $f(x) = a$ имеет единственное решение.

Контрольная работа №14 по теме « Расстояние в пространстве»

1. Длина всех ребер тетраэдра равна 6. Все вершины тетраэдра одинаково удалены от некоторой плоскости. Найдите расстояние от вершины тетраэдра до этой плоскости (рассмотрите два случая).
2. $ABCD$ – ромб с острым углом $\angle A = \alpha$, $AB = a$. Расстояние от точки M до плоскости ромба равно a . Ортогональной проекцией точки M на плоскость ромба является точка M_1 , лежащая на отрезке AC так, что $M_1A = 3M_1C$. Найдите расстояние от точки M до вершин ромба и до прямых, содержащих его стороны.
3. Точка M лежит внутри двугранного угла величиной 45° и удалена от его граней на расстояния 4 и $3\sqrt{2}$. Найдите расстояние от M до ребра двугранного угла.

Контрольная работа №15 по теме «Тригонометрические формулы»

1. Найдите $\sin(2\alpha + \frac{\pi}{6})$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Найдите значение выражения $(5 - 2\sin \alpha)(5 + 2\cos \alpha)$, если $\sin \alpha - \cos \alpha = a$.

3. Найдите $(3\cos \alpha - 2\sin \alpha)(\sin \alpha + 7\cos \alpha)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 2$.

4. Вычислите

$$\frac{\cos 20^\circ + \sin 50^\circ - \cos 80^\circ}{\sqrt{1 + \cos 280^\circ}}.$$

5. Найдите $\cos 16\alpha$, если

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 7\alpha\right) \cdot \cos 4\alpha \cdot \cos 3\alpha - \cos 7\alpha \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + 4\alpha\right) \cdot \sin 3\alpha = \frac{1}{8}.$$

6. Докажите неравенство $9 \sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha \leq 4$.

7. Найдите величины α и β смежных углов параллелограмма, если $|\sin(2\alpha + \beta)| + \sin \beta = 2\sqrt{3}(\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$.

Контрольная работа №16
по теме «Графики тригонометрических функций»

1. Сравните числа:

а) $\sin 4$ и $\cos 2$;

б) $\operatorname{tg} 3$ и $\operatorname{ctg} 5$;

в) $\operatorname{ctg} \frac{15\pi}{7}$ и $\sqrt{3}$.

2. Найдите промежутки монотонности, нули, период, область значений функции $y = 2\sin x(\cos x - \sqrt{3}\sin x) - 1 + \sqrt{3}$.
Постройте график функции.

3. В какой точке интервала $(0; \frac{\pi}{2})$ функция $f(x) = \operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x$ принимает наименьшее значение?

4. Найдите множество значений функции

$$f(x) = \frac{9}{1 + 4\cos^2 2x} + 2\cos 4x.$$

5. Найдите наименьший положительный период функции $y = \cos x(4\cos^2 x - 3)$.

Контрольная работа №17
по теме «Тригонометрические уравнения»

1. Решите уравнение

$$1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x.$$

2. Решите уравнение

$$\sin^2 x + \cos^2 3x + \sin^2 5x + \cos^2 7x = 2.$$

3. Решите уравнение:

А) $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \frac{1}{8}$;

Б) $2x \sin \frac{\pi x^2}{x^4 + 1} + x^2 + 1 = 0$.

Контрольная работа №18
по теме «Векторы в пространстве»

1. Пусть $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\angle(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$. Найдите:

а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; $\vec{a} \cdot \vec{c}$; $\vec{b} \cdot \vec{c}$;

б) $|\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}|$;

в) угол между векторами $\vec{x} = \vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ и $\vec{y} = \vec{b} - \vec{c}$;

г) все такие числа α , при которых векторы $\vec{m} = 3\vec{a} + \alpha\vec{b} - \vec{c}$ и $\vec{x} = \vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ ортогональны;

д) такие значения t , при которых длина вектора $\vec{p} = 3\vec{a} + 2t\vec{b} - (t + 1)\vec{c}$ наименьшая.

2. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой длины всех ребер равны 1. Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M .

Найдите:

а) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB_1}$;

б) $\angle(\overrightarrow{A_1B}, \overrightarrow{CB_1})$;

в) $\overrightarrow{A_1M} \cdot \overrightarrow{C_1B}$.

3. В четырехугольной пирамиде $MABCD$ грань $ABCD$ – параллелограмм и $\overrightarrow{MA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{MB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{MC} = \vec{c}$.

а) Разложите вектор \overrightarrow{MD} по векторам \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

б) Точка K – середина отрезка AM ; P – такая точка отрезка MC , что $3MP = PC$; L – такая точка отрезка MB , что $ML = 3LB$. В каком отношении плоскость KLP делит отрезок MD , считая от точки M ?

Контрольная работа №19
по теме «Последовательность и её предел»

1. Исследуйте последовательность $a_n = \frac{4n+3}{2n-1}$, $n \in \mathbb{N}$, на монотонность.

Докажите, что, начиная с некоторого номера, все члены последовательности удовлетворяют условию $2 < a_n < 2,5$.

2. Вычислите предел:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^4}{n^3+1} - \frac{n(n+2)}{n+1} \right)$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2+5+8+\dots+(3n-1)}{(2n-1)(3-4n)} \right)$;

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3 \cdot 2^n - 2 \cdot 3^n}{5 - 3^{n+1}} \right);$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})(2 - \cos n).$$

3. Имеет ли предел последовательность (ответ обоснуйте):

а) $1; \frac{1}{3}; 1; \frac{1}{3^2}; 1; \frac{1}{3^3}; \dots;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad 2 < a_n < \frac{(2n+9)n}{n^2+3};$

в) $0,4; 0,42; 0,422; \dots; \underbrace{0,422222}_{n-1 \text{ двоек}}; \dots;$

г) $a_n = (-1)^n 2^n + 1?$

Контрольная работа №20 по теме «Метод координат в пространстве»

1. В пространстве заданы две точки $A(0; 2; 0)$ и $B(0; -6; 0)$. Найдите геометрическое место всех точек M пространства, для которых выполняется условие: $AM=3MB$.
2. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$, все ребра которой равны между собой, известны координаты вершин A и C : $A(-2; 0; 0)$; $C(2; 0; 0)$. Найдите координаты остальных вершин пирамиды, если вершина P принадлежит оси Oz .
3. В пространстве заданы четыре точки: $A(1; 1; 1)$, $B(1; 2; -2)$, $C(9; 0; 0)$, $D(2; 3; 4)$.
 - а) Напишите параметрическое уравнение прямой BC .
 - б) Напишите уравнение плоскости ABC .
 - в) Напишите уравнение сферы, диаметром которой является отрезок AD .
 - г) Определите взаимное расположение прямой BC и этой сферы.
 - д) Напишите уравнение плоскости, касающейся этой сферы в точке A .
 - е) Найдите расстояние между прямыми BC и AD .

Итоговая контрольная работа по геометрии

1. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ плоские углы при вершине M равны 60° . Точка K лежит на стороне AD основания и делит её в отношении $1:3$, считая от точки A . Найдите угол между прямой KM и плоскостью DMC .
2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром b точка K лежит на ребре AD и делит его

в отношении 1 : 2, считая от точки A ; точка P - середина ребра DC .

а) Постройте сечение куба плоскостью B_1KP .

б) Найдите величину двугранного угла $B_1(KP)B$.

в) Найдите площадь сечения.

3. В ромбе $ABCD$ сторона равна 6, а $\angle A = 60^\circ$. Точка K лежит на стороне CD так, что $CK = 2$. Из точки K к плоскости ромба проведен перпендикуляр KM , длина которого равна 6. Найдите:

а) угол между прямой AD и плоскостью MCD ;

б) расстояние между прямыми MK и BD ;

в) угол между прямыми MC и BD .

Контрольная работа №1 по теме «Предел функции»

1. Найдите предел:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right)$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{x^2-|x-2|}$.

2. Найдите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax+3}{2x} \right)^x$ при $a > 0$.

3. Для каждого a найдите предел $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x^2-3x+a}$.

4. Найдите предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin 4x - 2 \cos 2x}{\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)^2 \cos 2x} \right)$.

Контрольная работа №2 по теме «Непрерывность функции»

1. Постройте график функции

$$f(x) = \begin{cases} |kx + 2| & \text{при } x \geq 0 \\ x^2 + kx + k^2 + 1 & \text{при } x < 0, \end{cases}$$

если известно, что она непрерывна.

2. Найдите асимптоты графика функции $f(x) = x - \arcsin \frac{1}{2}$.

Постройте эскиз этого графика.

3. Известно, что функция f непрерывна на \mathbf{R} . Докажите, что функция

$y = |f(x)|$ непрерывна на \mathbf{R} .

4. Обязательно ли функция, заданная на отрезке, является непрерывной на нём, если областью значений функции является отрезок?
5. Пусть $x(a)$ – наименьший положительный корень уравнения $|x - 3| = a$ для каждого $a \geq 0$. Постройте график функции $x = x(a)$. Имеет ли функция $x(a)$ точки разрыва?
6. Исследуйте функцию на асимптоты:
 - а) $y = \arcsin \frac{1}{x}$;
 - б) $f(x) = \frac{-2x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

**Контрольная работа №3
по теме «Преобразования пространства»**

1. Дана точка $A(-3; 2; 5)$. Найдите образ этой точки:
 - а) при симметрии относительно начала координат;
 - б) при симметрии относительно плоскости Oyz ;
 - в) при повороте на 90° относительно оси Ox ;
 - г) при параллельном переносе на вектор $\vec{a}(-1; 2; -3)$;
 - д) при симметрии относительно точки $H(1; 2; 0)$.
2. Плоскость α задана уравнением $3x - 5y - z + 2 = 0$. Найдите уравнение плоскости β , которая является прообразом плоскости α :
 - а) при параллельном переносе на вектор $\vec{r}(-2; 1; 3)$;
 - б) при симметрии относительно начала координат.
3. Рассматривается симметрия относительно плоскости $2x + 3y - z + 2 = 0$. Запишите, если это возможно:
 - а) координаты какой-нибудь неподвижной точки этой симметрии;
 - б) параметрические уравнения какой-нибудь прямой, неподвижной при этой симметрии;
 - в) уравнение какой-нибудь плоскости, неподвижной при этой симметрии;
 - г) уравнение какой-нибудь сферы, которая неподвижна при этой симметрии.
4. Даны два тетраэдра $MABK$ и $PABC$, все ребра которых равны между собой. Прямые AB и CK пересекаются, а точки M и P лежат в разных полупространствах относительно плоскости BCK . Укажите любую композицию нескольких симметрий пространства, при которой один из данных тетраэдров совмещается с другим.
5. Докажите, что композиция $S_\beta \circ S_\alpha$ двух симметрий относительно плоскостей α и β , заданных соответственно уравнениями $z = 0$ и $x = 0$, есть поворот

пространства. Найдите ось и угол этого поворота.

Контрольная работа №4
по теме «Производная, её физический смысл»

1. Найдите $f'(1)$, если

$$f(x) = \frac{8x\sqrt{x} + 2}{x}.$$

2. Материальная точка движется по прямой согласно уравнению

$$S(t) = t^3 - \frac{3t^2}{2} + 2t - 1 \text{ (см)}.$$

а) Найти её скорость в момент времени $t = 3$ с;

б) В какой момент времени ускорение будет 9 см/с^2 .

Контрольная работа №5
по теме «Вычисление производных и первообразных»

1. Дана функция $f(x) = x - 2\sqrt{x}$.

а) Найдите наименьшее значение функции.

б) При каких значениях параметра b уравнение $f(x) = b$ имеет два корня?

в) Найдите промежутки выпуклости функции.

г) Найдите уравнения всех касательных к графику функции, которые проходят через точку $(-0,5; 0)$.

д) Докажите, что через точки с координатами $(b; 0)$, где $b \in (0; 4)$ не проходит ни одной касательной к графику функции f .

2. Найдите множество значений функции

$$f(x) = \frac{8}{3} \cos^3 x - 4 \cos^3 x - 6 \cos x + 1.$$

3. Найдите первообразную функции $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{x} - \sin 3x + \frac{1}{\sqrt{1-3x^2}}$, график которой проходит через точку $N(0; -1)$.

4. Найдите $\int (|x - 2| - 1) dx$.

Контрольная работа №6
по теме «Исследование функции»

1. Найти промежутки возрастания, убывания, экстремумы, промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 12.$$

2. Найти точки экстремума функции $y = 2x^2 - \sqrt{x}$.
3. Через точку $M(0; 3)$ к графику $y = \frac{1}{x}$ проведена касательная. Напишите её уравнение.

Контрольная работа №7
по теме «Построение графиков с помощью производной»

1. Исследуйте функцию

$$y = \frac{x^3}{3 - x^3}.$$

Постройте график.

2. Докажите, что функция $y = -0,2x^5 + 0,5x^4 - x^3 + x^2 - x$ убывает.
3. Разность двух чисел 8. Каковы должны быть эти числа, чтобы произведение куба первого числа на второе было наименьшим.

Контрольная работа №8
по теме «Многогранники. Призма. Параллелепипед.»

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 8 через вершину D и середины ребер $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$ проведено сечение, разделившее куб на два многогранника. Найдите:
 - а) количество вершин, ребер, граней и диагоналей для каждого из полученных многогранников;
 - б) длину наибольшего отрезка в многограннике, одной из вершин которого является точка B .
2. Грани $ABCD$ и $A_1 B_1 C_1 D_1$ шестигранника $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежат в параллельных плоскостях. Грань $ABCD$ – квадрат со стороной 80, диагонали которого пересекаются в точке K . Грань $A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольник со сторонами $A_1 B_1 = 40$ и $A_1 D_1 = 8$, диагонали которого пересекаются в точке M . Отрезок $KM = 15$ лежит на прямой, перпендикулярной плоскости грани $ABCD$. Определите:
 - а) площадь полной поверхности многогранника;
 - б) длины ребер, не лежащих в плоскостях данных квадрата и прямоугольника;
 - в) имеют ли прямые AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 одну общую точку.
3. Основанием прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является ромб $ABCD$ с острым углом α . Прямая BC_1 составляет с плоскостью $DC_1 D_1$ угол β . Найдите площадь боковой поверхности и объём параллелепипеда

если длина бокового ребра a .

4. Дан многогранник, имеющий 141 вершину. Существует ли центральная симметрия пространства, при которой этот многогранник отображается на себя? Если не существует, то почему? Если существует, то приведите пример.

Контрольная работа №9
по теме «Определенный интеграл»

1. Вычислите:

а) $\int_t^{\sqrt{8}} \frac{x dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}$;

б) $\int_{-3}^4 (|x+2| + |x+5|) dx$;

в) $\int_{-2}^2 \frac{\sin x}{x^2+1} dx$.

2. Решите неравенство $\int_0^x (9^t - 3^{t+1}) dt \leq 0$.

3. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = \int_0^x (\sin t - \sin 2t) dt \text{ в точке } x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

Контрольная работа №10
по теме «Многогранный угол. Пирамида.»

1. В основании пирамиды лежит выпуклый многоугольник, а все плоские углы при вершине пирамиды равны 63° . Сколько граней может быть у данной пирамиды?
2. Точка M лежит внутри трехгранного угла с вершиной K и удалена от его граней на расстояния 3, 4 и 12. Найдите углы, которые образует прямая KM со всеми гранями трехгранного угла, если все его плоские углы прямые.
3. В правильной шестиугольной пирамиде с высоты h плоский угол при вершине равен β . Найдите сторону основания пирамиды.
4. Дан такой трехгранный угол $OABC$, что $\angle AOB = \angle AOC = \arctg \sqrt{2}$, $\angle BOC = 90^\circ$. Найдите:
- а) двугранный угол при ребре OA ;
 - б) угол наклона ребра OA к плоскости OBC ;
 - в) угол наклона ребра OC к плоскости OAB ;
 - г) угол BPM , где точка P – ортогональная проекция точки B на плоскость

$АОС$, точка M – ортогональная проекция точки P на плоскость $АОВ$.

Контрольная работа №11 по теме «Комплексные числа»

Рассмотрим множество A всех чисел z , удовлетворяющих условию $|z - 2\sqrt{3}i| = |z + 2|$.

1. Изобразите множество A на комплексной плоскости.
2. Может ли число, принадлежащее множеству A , иметь аргумент, равный $\frac{5\pi}{6}$?
3. Найдите множество аргументов всех чисел z , принадлежащих множеству A .
4. Найдите числа, принадлежащие множеству A , для которых выражение $|z| + |z - 4i|$ принимает наименьшее значение.
5. Изобразите множество чисел u , таких, что $u = (z - 2i(\sqrt{3} - 1))(1 + i\sqrt{3})$, где $z \in A$.

Контрольная работа №12 по теме «Правильные многогранники»

1. В основании пирамиды $МABC$ лежит треугольник ABC , у которого $AB = AC$, $BC = a$, $\angle ACB = \beta$. Найдите объём пирамиды, если:
 - а) все боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 45° ;
 - б) все двугранные углы пирамиды при ребрах её оснований равны 60° ;
 - в) грани MAC и MAB перпендикулярны плоскости основания, а двугранный угол при ребре BC равен 30° ;
 - г) грань MAC – равнобедренный треугольник с углом β между равными сторонами, и плоскость этой грани перпендикулярна основанию пирамиды.
2. Найдите площадь поверхности и объём правильного октаэдра, если расстояние между плоскостями его граней, не имеющих общую вершину, равно 12.
3. Все плоские углы при вершине D тетраэдра $DABC$ прямые, причем $DA = 6$, $DB = 2$, $DC = 2$. Найдите:
 - а) объём тетраэдра;
 - б) расстояние от точки D до плоскости ABC .
4. В правильной шестиугольной пирамиде $МABСDНТ$ точка K лежит на ребре MC так, что $MK : KC = 1 : 3$. Найдите отношение объёмов многогранников, на которые данная пирамида разбивается плоскостью, проходящей через диагональ BD её основания и точку K .

Контрольная работа №13

по теме «Элементы теории вероятности»

1. Какова вероятность того, что взяв случайным образом на окружности радиуса 1 три точки, получим треугольник, один из углов которого больше 100° ?
2. Двое играют в игру без ничьих. Для выигрыша нужно выиграть 2 партии подряд. Вероятность выигрыша первого игрока равна $\frac{1}{3}$. Какова вероятность выигрыша первого игрока?
3. В одной урне 10 белых и 1 чёрный шар, а в другой – 4 белых и 5 чёрных шаров. Найдите вероятность того, что наугад вынутый из наугад выбранной урны шар окажется чёрным.
4. Волейбольная команда может с вероятностью 0,7 подать, а с вероятностью 0,3 потерять подачу. Какое наименьшее число подач из 15 она может сделать?
5. Монету бросают до тех пор, пока два раза подряд не выпадет одна и та же сторона. Вероятность каждого события, требующего n бросаний, положим равной $\frac{1}{2^n}$. Найдите вероятность того, что опыт закончится до шестого бросания

Контрольная работа №14 по теме «Цилиндр. Конус»

1. В цилиндре с высотой h и радиусом R проведены два пересекающихся сечения. Найдите длину их общего отрезка, если:
 - а) плоскости сечений параллельны оси цилиндра;
 - б) плоскости сечений проходят через середину оси цилиндра и параллельные между собой хорды оснований.
2. Цилиндр с высотой 8 и радиусом основания 3 имеет с каждой из параллельных плоскостей одну общую точку. В каких пределах может изменяться расстояние между этими плоскостями?
3. Угол в осевом сечении конуса равен 120° . Через две образующие конуса проведено сечение под углом 60° к основанию. Найдите углы этого сечения.
4. Осевое сечение конуса – прямоугольный треугольник с гипотенузой c . В конус помещен цилиндр с радиусом основания r . Найдите высоту цилиндра, если:
 - а) нижнее основание цилиндра расположено на основании конуса, а окружность верхнего основания цилиндра – на конической поверхности;
 - б) образующая цилиндра лежит на диаметре основания конуса, а каждое

из оснований цилиндра имеет с конической поверхностью единственную общую точку.

5. Найдите объём и площадь поверхности усеченного конуса, радиусы основания которого 3 и 8, образующая 13.

Контрольная работа №15
по теме «Уравнения и неравенства»

1. Решите неравенство $\frac{|3x^2 + 5x + 1|}{|x^2 - 3x - 1|} \geq 1$.
2. Решите неравенство $\sqrt{2x^2 - 2x + 5} - \sqrt{2x^2 - 2x} \geq 1$.
3. Решите уравнение $\sqrt{4 \cos x - 6 \sin x} = \sqrt{2 - 3 \operatorname{tg} x}$. Для каждого значения параметра $a \in \mathbf{R}$ укажите количество корней этого уравнения на отрезке $[a; a + 2\pi]$.
4. Решите уравнение $\log_{\cos x}(\sin 2x) = 2 \log_{\cos x}(\cos x - \sin x)$.
5. Решите неравенство $\frac{1}{9} x^{\frac{1}{2} \log_3 x} \geq 3^{\frac{1}{4} \frac{\log_2 x}{3}}$.
6. а) Решите неравенство $\log_{x+2}(2x - 5) < 1$.
б) Выясните, при каком значении параметра a неравенство $\log_{x+2}(2x + a) < 1$ не имеет решений.
в) Решите неравенство $\log_{x+2}(2x + a) < 1$ при всех значениях параметра $a \in \mathbf{R}$.

Контрольная работа №16
по теме «Сфера и шар»

1. Две сферы, радиусы которых равны 7 и 5, имеют общее сечение, диаметр которого равен 8. Найдите расстояние между центрами этих сфер.
2. Два шара, радиусы которых равны 2 м и 8 м, касаются каждой из трех попарно взаимно перпендикулярных плоскостей. Чему может быть равно расстояние между центрами этих шаров?
3. Ребро основания правильной треугольной призмы равно 6. Шар касается всех ребер этой призмы. Найдите:
а) радиус этого шара;
б) высоту данной призмы.
4. В правильной четырехугольной пирамиде $MABCD$ высота MO равна h , а боковые грани – правильные треугольники. Найдите длину линии

пересечения поверхности пирамиды со сферой, если:

- а) MO – радиус сферы с центром M ;
- б) MO – диаметр сферы.

Контрольная работа №17
по теме «Решение геометрических задач»

1. В правильной треугольной пирамиде двугранный угол при боковом ребре равен β . Определите двугранный угол при ребре основания этой пирамиды.
2. Квадрат со стороной 2 является основанием прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, боковое ребро параллелепипеда равно 1. Плоскость β проходит через вершину C_1 и середины ребер AB и AD параллелепипеда. Найдите:
 - а) расстояние от точки A до плоскости β ;
 - б) расстояние от точки пересечения диагоналей параллелепипеда до плоскости β ;
 - в) угол между плоскостью β и гранью $AA_1 D_1 D$;
 - г) угол между диагональю $A_1 C$ параллелепипеда и плоскостью β .
3. Шар радиуса 4 касается двух граней двугранного угла величиной 120° . Два одинаковых шара меньшего радиуса также касаются граней двугранного угла и, кроме того, они касаются друг друга и большего шара. Найдите радиус каждого из меньших шаров.
4. Два одинаковых конуса с радиусом основания r и образующей $4r$ имеют общую вершину и общую образующую. Найдите радиус шара наименьшего объёма, содержащего оба данных конуса.

